

PROPOZYCJE ZADAŃ KONKURSOWYCH Z MATEMATYKI

1. Wykaż, że jeżeli w trójkącie równoramiennym dwusieczna kąta przy podstawie jest prostopadła do ramienia, to ten trójkąt jest równoboczny.
2. Jedno z ramion trójkąta równoramiennego ABC przecięto prostą prostopadłą do podstawy AB, która po przedłużeniu boku AC wyznaczyła punkt K, na ramieniu BC – punkt L, a na podstawie AB – punkt M. Udowodnij, że trójkąt KLC jest równoramienny.
3. W trapezie ABCD połączono środek ramienia BC z wierzchołkami A i D. Udowodnij, że pole trójkąta AED jest równe połowie pola trapezu.
4. O ile procent robotnik zwiększył wydajność pracy, jeżeli to, co robił w ciągu 9 godzin, wykonał w ciągu 8 godzin?
5. W 16 kg nasion znajduje się 10% zanieczyszczeń. Ile trzeba usunąć zanieczyszczeń, aby stanowiły one 4% nasion?
6. Do suszenia dostarczono 510 kg świeżych grzybów zawierających 90% wody. Po wysuszeniu grzyby zawierały 15% wody. Ile kilogramów grzybów suszonych otrzymano?
7. Dziadek i babcia mają razem 140 lat. Dziadek ma 2 razy tyle lat, ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle, ile babcia teraz. Ile lat ma dziadek, a ile babcia?
8. Ilość i jakimi sposobami można zważyć 39 kg, mając do dyspozycji odważniki 5 kg i 2 kg?
9. W rodzinie jest troje dzieci. Jaś jest 2 razy starszy od Teresy, Nela i Teresa mają 2 razy tyle lat co Jaś. Mama i Jaś mają 2 razy tyle lat co Nela i Teresa razem. Nela, Teresa i babcia mają 2 razy tyle lat co mama i Jaś. Babcia skończyła właśnie 84 lata. Ile lat ma mama i każde z dzieci?
10. Liczba a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3. Wykaż, że kwadrat liczby a powiększony o 1 jest podzielny przez 5.
11. Wykaż, że suma trzech kolejnych naturalnych potęg liczby 3 jest podzielna przez 13.
12. Suma dwóch liczb naturalnych wynosi 72, ich największy wspólny dzielnik jest równy 8. Co to za liczby?
13. Dwa zegarki wskazują tę samą godzinę w niedzielę w południe. Następnie jeden spieszy się o 5 min. na dobę, zaś drugi spóźnia się o 10 min. na dobę. Po ilu dniach, w jakim dniu tygodnia i o której godzinie zegarki wskażą znów tę samą godzinę?
14. Na wieczorku tańczyło 20 osób. Maria tańczyła z siedmioma tancerzami, Olga - z ośmioma, Wiera – z dziewięcioma i tak dalej aż do Niny, która tańczyła z wszystkimi tancerzami. Ilu było tancerzy (mężczyzn) na wieczorku?
15. Znajdź trzy liczby, z których druga jest większa od pierwszej o tyle, o ile trzecia jest większa od drugiej, oraz wiadomo, że iloczyn dwóch mniejszych liczb jest równy 85, zaś iloczyn dwóch większych 115.
16. Z czterech liczb całkowitych utworzono wszystkie możliwe sumy po dwie liczby i otrzymano: 1; 2; 5; 9; 12; 13. Znajdź te liczby całkowite.